サピエンティア　空間経済学

訂正および練習問題解答

曽 道智・高塚 創

平成 30 年 3 月 10 日

訂正

- P. 107, 下から 8 行目:
  6.1 節 ⇒ 6.2 節
- P. 183, 11.3.3 項の 6 行目
  ベクトル $(\lambda^1, \lambda^2, \lambda^3) \Rightarrow (\lambda^{1*}, \lambda^{2*}, \lambda^{3*})$
- P. 194, 9 行目:
  6.1 節 ⇒ 6.2 節
- P. 195, 下から 6 行目:
  composite ⇒ composite good
- P. 198, 5 行目:
  補題 3.3.1 ⇒ 補題 3.4.1
- P. 207, 脚注 85) の 4 行目:
  藤田ら (1999, Ch. 14) ⇒ 藤田ら (Fujita et al., 1999, Ch. 14)
- P. 209, 下から 3 行目:
  系 6.2.1 ⇒ 系 6.3.1
- P. 220, 図 13.3:
  $\tau_{\text{trade}} \Rightarrow \tau_{\text{trade}}^{\text{FC}}$
- P. 226, 10 行目:
  「(11-1) 式より,」をとる

- P. 228, 脚注 96) の 1 行目:
  は核・周辺モデル ⇒ は (CES) 核・周辺モデル
- P. 237, (14-10) の下 2 行目:
  「パレート分布など」をとる
- P. 238, 3 行目:
  「(φ がパレート分布に従えば)」をとる
- P. 241, 最終行:
  (14-9) ⇒ (14-19)
- P. 254, Dixit and Stiglitz (1977) のタイトル:
  pptimum ⇒ optimum
- P. 256, 20-21 行の文献 Henderson, Lee, and Lee をとる
- P. 256, 22 行目の文献に
  2001b ⇒ 2001
- P. 257, Jones (1956) のタイトル:
  roportions ⇒ proportions

練習問題解答

第 1 章

問題 1.1: 自分が住んでいる地域や都道府県において、 代表的な都市を取り上げ、その都市が成立した理由を考えてみよう。

解答: テキスト 5 ページでは第一の自然によって生まれた都市として愛媛県の別子地域を紹介した。これと同様に鉱物資源がきっかけとなって生まれた都市（鉱山町）としては北海道の夕張地域、栃木県の足尾地域などがある。また、同じくテキスト 5 ページでは第二の自然によって発展した都市として、「日本の百円ショップの故郷」である中国の義烏市を取り上げた。大規模な企業が立地することで都市が発展するケースも多くあり（企業城下町)、愛知県豊田市を中心とする地域はトヨタ自動車と関連企業が多く集積し、大きな都市を形成している。

第2章

問題 2.1: クルーグマンのノーベル経済学賞受賞講演 (Krugman, 2009) を読み、 感想を述べよ。

解答: 省略。

問題 2.2: 日常生活においても、通説と一見矛盾するような逆説（パラドックス）が見られることがある。そのような例を挙げ、その逆説がどのように説明できるか考えてみよう。

解答: 例えば、問題を解決することを意図して政策を行ったところ、かえって問題を悪化させたというパラドックスはしばしば見られる。このような現象を、植民地時代のインドにおける逸話（各自調べよ）から、「コブラ効果（cobra effect）」と呼ぶことがある。

第3章

問題 3.1: 家計および企業がすべて同質的であるとすれば、ディクシット・スティグリッツモデルにおける厚生の最大化は以下によって表すことができる。

$$\max_{n,q}\ M^{\mu}A^{1-\mu} = \left(qn^{\frac{1}{\rho}}\right)^{\mu}[L-n(F+mq)]^{1-\mu}$$

これを解いて、最適な企業数 n^0 と最適な生産量 q^0 を求めよ。

注意: ここでは、総労働人口が L であり、1単位の労働者によって1単位の農業財が生産できることを仮定している。40 ページにあるように、工業部門では固定労働投入が F、限界労働投入が m なので、工業部門の総労働投入は $n(F+mq)$ となる。したがって、農業部門の労働投入（＝生産量）は $A=L-n(F+mq)$ となる。一方、工業財のバラエティの対称性と（3-3）式から $M=qn^{\frac{1}{\rho}}$ と書ける。以上から、厚生（効用）が上記のように表現できる。

解答: 最適化の一階条件により、

$$\mu n^{\frac{1}{\rho}}\left[\frac{L-n(F+mq)}{qn^{\frac{1}{\rho}}}\right]=(1-\mu)mn,$$
$$\frac{\mu}{\rho}\left[\frac{L-n(F+mq)}{n}\right]=(1-\mu)(F+mq).$$

これらの n と q の方程式を解けば、次の解が得られる。

$$n^0=\frac{(1-\rho)\mu L}{[\rho+(1-\rho)\mu]F}=\frac{\mu L}{(\sigma-1+\mu)F},\quad q^0=\frac{\rho}{1-\rho}\ \frac{F}{m}=(\sigma-1)\ \frac{F}{m}.$$

この結果をテキスト 40 ページの市場均衡の結果と比較してみよう。まず、市場均衡では各企業の生産水準は社会的に最適となっていることが分かる。また市場均衡では、農業部門の完全競争から $p^a = w$ が成立する。したがって、37 ページの農業財需要の式を用いれば、農業部門の労働人口は

$$(1-\mu)\frac{wL}{p^a} = (1-\mu)L$$

となる。よって、工業部門の労働人口は μL となるので、均衡企業数は $n^e = \mu L/(\sigma F)$ となる。$n^0 > n^e$ が成立し、均衡企業数は過少となることが分かる。

第 4 章

問題 4.1: (4-9) 式から (4-10) 式を導きなさい。

解答: 4.2.2 項のモデルにおいて、両国の賃金率は 1 である。製造業の生産において限界投入は $\rho = (\sigma-1)/\sigma$ 人の労働者なので、均衡価格は $p_{11} = p_{22} = 1$, $p_{21} = p_{12} = \tau$ となる。 企業生産の固定投入は F 人の労働であることから、各企業の均衡生産量は $F\sigma$ である。差別化財市場の需給バランスは

$$\frac{\mu}{n_1+\phi n_2}\theta L + \frac{\phi\mu}{\phi n_1 + n_2}(1-\theta)L = F\sigma,$$
$$\frac{\phi\mu}{n_1+\phi n_2}\theta L + \frac{\mu}{\phi n_1 + n_2}(1-\theta)L = F\sigma$$

と書ける。これらの式より

$$\frac{\theta}{n_1+\phi n_2} = \frac{1-\theta}{\phi n_1 + n_2}$$

が得られる。よって、

$$n_2 = \frac{\theta\phi+\theta-1}{\phi-(1+\phi)\theta}n_1$$

が成り立ち、

$$\frac{n_1}{n_1+n_2} = \theta + \frac{\phi}{1-\phi}(2\theta-1)$$

も成立する。

問題 4.2: 式 (4-20) と (4-21) により、均衡賃金が区間 $((\phi^m)^{\frac{1}{\sigma}}, (\phi^m)^{-\frac{1}{\sigma}})$ の中にあることを証明せよ。

解答: 方程式 (4-21) と (4-21) より

$$\frac{[1-(\phi^m)^2]\theta L w}{w^{1-\sigma}n_1 + \phi^m n_2} = \frac{F\sigma(w^\sigma - \phi^m)}{\mu},$$

$$\frac{[1-(\phi^m)^2](1-\theta)L}{w^{1-\sigma}\phi^m n_1+n_2}=\frac{F\sigma(1-w^\sigma\phi^m)}{\mu}$$

が得られる。$\phi^m\in(0,1)$ より、左辺が正であり、右辺も正となる。したがって、$w\in((\phi^m)^{\frac{1}{\sigma}},(\phi^m)^{-\frac{1}{\sigma}})$ が成立する。

問題 4.3: 陰関数方程式 (4-24) 式の解 w が ϕ^m の減少関数であることを証明しなさい。

解答: 下記の不等式

$$F(1)=(1-\phi^m)(2\theta-1)>0,\quad F(\phi_m^{-\frac{1}{\sigma}})=-(1-\phi^m)(1-\theta)<0,$$

により、均衡賃金について $w^*\in(1,\phi_m^{-\frac{1}{\sigma}})$ が成立することが分かる。

陰関数定理により、

$$\frac{dw^*}{d\phi^m}=-\frac{(w^*)^\sigma[\theta(w^*+1)-1]}{(w^*)^{2\sigma-1}(1-\theta)\sigma+\theta(\sigma-1)+(w^*)^\sigma\theta\phi^m}<0$$

が成り立つ。ただし、不等式は $w^*>1$ と $\theta>1/2$ による。

問題 4.4: 最近の自由貿易協定 (FTA) 締結の事例を調べ、どのような点が論点になったか議論してみよう。

解答: 省略。

第 5 章

問題 5.1: 本章のモデルでは海外直接投資（FDI）を行う場合、自国で投資を行う場合と比較して、追加的な費用は生じないことを仮定している。 しかし、現実の世界では様々な追加的費用が考えられる。どのような費用が考えられるか列挙しなさい。

解答: テキスト 239 ページでは、海外で販路を開拓するために追加的費用がかかることを指摘した。FDI を行う場合は、それに加え、原材料や労働力を調達するために追加的費用がかかることも多い。また、途上国においては外資の出資規制を行い、現地資本の最低出資比率を定めているところも多い（Local Equity Requirements）。こういった資本の移動コストが空間経済に与える影響に関しては以下の文献を参照のこと。

- Baldwin, R., Forslid, R., Martin, P., Ottaviano, G.I.P., and Robert-Nicoud, F., 2003. *Economic Geography and Public Policy*, Chapter 12. Princeton, NJ: Princeton University Press.

- Morita, T., Takatsuka, H., and Yamamoto, K., 2015. Does globalization foster economic growth?, *Japanese Economic Review* 66, 492-519.
- Yamamoto, K., 2008. Location of industry, market size, and imperfect international capital mobility, *Regional Science and Urban Economics* 38, 518-532.
- Zeng, D.-Z., 2016. Capital mobility and spatial inequalities in income and industrial location, *Journal of Economic Inequality* 14, 109-128.

第 6 章

問題 6.1: 行列が負定値であることの定義と判定方法をまとめよ。

解答: 【定義】$n \times n$ 実行列 M が負定値であるとは、n 個の実数を成分に持つ非零列ベクトル z に対して $z^T Mz < 0$ が成り立つことである。

【判定法】 まず、対称行列の場合を考える。よく知られている 2 つの方法は

- 固有値による方法:

$$\text{行列 } A \text{ は負定値行列} \Leftrightarrow \text{すべての固有値 } \lambda \text{ が負値 } \lambda < 0$$

- 首座小行列式による方法:

$$\begin{aligned} &\text{行列 } A \text{ は負定値行列} \\ &\Leftrightarrow A \text{ の } k\text{-次の首座小行列式が、} k \text{ が奇数のとき負かつ } k \text{ が偶数のとき正となる} \end{aligned}$$

そして、非対称行列 A に関しては

$$A \text{ が負定値} \Leftrightarrow (A + A^T)/2 \text{ が負定値}$$

によって判定できる。

第 7 章

問題 7.1: 方程式 (7-12)、(7-13) から、解 (7-14)、(7-15) 式を導出せよ。

解答ヒント: (7-13) を (7-12) に代入すれば, 2 変数 w_1, w_2 の線型方程式になるので、 それを直接解けばよい。

問題 7.2: FE モデルにおける熟練労働者の立地選択要因と、 FC モデルにおける企業の立地選択要因の類似点・相違点について述べよ。

解答: 企業の操業利潤は、FE モデルでは賃金として熟練労働者に支払われるのに対し，FC モデルでは資本レントとして企業（資本）の所有者に支払われる。したがって、テキスト 108 ページの表 7.1 にある「賃金を通した立地効果（市場規模効果、競争効果）」は、FE モデルだけでなく、FC モデルにも共通する立地選択要因である。一方、「生計費の通した立地効果」は、生活者である熟練労働者の立地のみに関わる要因であり、FC モデルの企業立地の要因とはならない。

第 8 章

問題 8.1: (i) 効用関数 (8-1) 式と制約条件 (8-2) 式から、需要関数 (8-4) 式を導出しなさい。 (ii) 間接効用関数 (8-6) 式を導出しなさい。

解答: (i) (8-2) から価値基準財の消費量 $q^0 = y + \bar{q}^0 - \int_0^n p(i)q(i)di$ が得られる。 それを (8-1) に代入すれば、効用最大化問題は次のように書ける。

$$\max_{q(i)|i\in[0,n]} \alpha \int_0^n q(i)di - \frac{\beta-\gamma}{2}\int_0^n [q(i)]^2 di - \frac{\gamma}{2}\left[\int_0^n q(i)di\right]^2 + y + \bar{q}^0 - \int_0^n p(i)q(i)di \tag{1}$$

ここで積分は和であり、$\int_0^n q(i)di$ を

$$q(1) + \cdots + q(i-1) + q(i) + q(i+1) + \cdots + q(n)$$

のように扱えるとすれば、(1) 式の一階条件は以下のようになる。

$$\alpha - (\beta-\gamma)q(i) - \gamma\int_0^n q(i)di - p(i) = 0, \quad \forall i \in [0,n] \tag{2}$$

(2) 式の i に関して積分を取ることにより、

$$\int_0^n q(i)di = \frac{\alpha n - \int_0^n p(i)di}{\beta + (n-1)\gamma} \tag{3}$$

が得られる。そして、(3) 式を (2) に代入すると、需要関数 (8-4) 式が導出される。

(ii) 需要関数 (8-4) を用いると、

$$\begin{aligned}[q(i)]^2 = a^2 + (b+cn)^2[p(i)]^2 + c^2\left[\int_0^n p(j)dj\right]^2 \\ - 2a(b+cn)p(i) + 2ac\int_0^n p(j)dj - 2c(b+cn)p(i)\int_0^n p(j)dj,\end{aligned}$$

$$p(i)q(i) = ap(i) - (b+cn)[p(i)]^2 + cp(i)\int_0^n p(j)dj$$

となる。i に関して積分を取り、

$$\int_0^n [q(i)]^2 di = a^2 n + (b+cn)^2 \int_0^n [p(i)]^2 di - 2ab\int_0^n p(i)di - c(2b+cn)\Big[\int_0^n p(i)di\Big]^2 \tag{4}$$

$$\int_0^n p(i)q(i)di = a\int_0^n p(i)di - (b+cn)\int_0^n [p(i)]^2 di + c\Big[\int_0^n p(i)di\Big]^2 \tag{5}$$

(3), (4) と (5) を (1) の目的関数に代入すれば、間接効用関数

$$\begin{aligned}
V =& \alpha an - \frac{\beta-\gamma}{2}a^2 n - \frac{\gamma}{2}a^2 n^2 + y + \bar{q}^0 \\
&+ [-a + (\beta-\gamma)ab + \gamma abn - a]\int_0^n p(i)di \\
&+ \Big[-\frac{\beta-\gamma}{2}(b+cn)^2 + b + cn\Big]\int_0^n [p(i)]^2 di \\
&+ \Big[\frac{\beta-\gamma}{2}c(2b+cn) - \frac{\gamma}{2}b^2 - c\Big]\Big[\int_0^n p(i)di\Big]^2 \\
=& \frac{a^2 n}{2b} - a\int_0^n p(i)di + \frac{b+cn}{2}\int_0^n [p(i)]^2 di - \frac{c}{2}\Big[\int_0^n p(i)di\Big]^2 + y + \bar{q}^0
\end{aligned}$$

が得られる。最後の式は (8-6) と同じになる。

第 9 章

問題 9.1: (9-6) 式を最大化し、 (9-7) と (9-8) 式を導出しなさい。

解答: 地域 1 の各企業は (9-6) を最大化するように価格を定める。(9-2), (9-3) 式により、 企業の利潤最大化問題は

$$\max_{p_{11}^m} p_{11}^m [a^m - (b^m + nc^m)p_{11}^m + c^m P_1^m](L + \lambda H)$$

$$\max_{p_{12}^m} (p_{12}^m - \tau^m)[a^m - (b^m + nc^m)p_{12}^m + c^m P_2^m][L + (1-\lambda)H]$$

と書ける。その一階条件は以下のようになる。

$$a^m - 2(b^m + nc^m)p_{11}^m + c^m P_1^m = 0 \tag{6}$$

$$a^m - 2(b^m + nc^m)p_{12}^m + c^m P_2^m + (b^m + nc^m)\tau^m = 0 \tag{7}$$

地域 2 の各企業も自分の利潤を最大化するように価格を定めるため、

$$a^m - 2(b^m + nc^m)p_{22}^m + c^m P_2^m = 0 \tag{8}$$

$$a^m - 2(b^m + nc^m)p_{21}^m + c^m P_1^m + (b^m + nc^m)\tau^m = 0 \tag{9}$$

が成り立つ。そして、

$$P_1^m = \lambda n p_{11}^m + (1-\lambda)np_{21}^m, \quad P_2^m = (1-\lambda)np_{22}^m + \lambda n p_{12}^m$$

を (6), (7), (8), (9) に代入すれば、 4 個の変数 p_{ij}^m $(i,j = 1,2)$ に関する 4 本の連立方程式が得られる。その解を求めれば (9-7) と (9-8) が得られる。

第 10 章

問題 10.1: (10-5) と (10-6) 式により、(10-7) 式を導き、それが ω の逓増関数であることを証明しなさい。

解答: (10-7) の導出は省略する。その単調性については以下のように証明できる。

$\phi \in \min\{\omega^\sigma, \omega^{-\sigma}\}$ において、 $\omega^{1-\sigma}$, $\omega^{-\sigma} - \phi$ は ω の逓減関数で、 $1 - \omega^{-\sigma}\phi$ は ω の逓増関数である。よって、

$$\mathcal{A} \equiv \frac{\omega^{1-2\sigma} - \omega^{1-\sigma}\phi}{1 - \omega^{-\sigma}\phi} = \frac{\omega^{1-\sigma}(\omega^{-\sigma} - \phi)}{1 - \omega^{-\sigma}\phi}$$

は ω の逓減関数、$\epsilon = 1/(1+\mathcal{A})$ は ω の逓増関数となる。

第 11 章

問題 11.1: (11-9) 式を検算しなさい。

解答: $k = 1, 2$ の場合は $|\Delta_k|$ と δ_{ij} の定義から直接計算できる。 $k = 3$ の場合は行列式の性質を用いる。記述の便宜上、$\mathcal{D} = (b^a + 2c^a)(2L + H)$ とする。

(i) $k = 1$ のとき、 $|\Delta_1| = \delta^{11} = n[\nu + 2(\phi^1)^2/\mathcal{D}]$. 一方、

$$\text{(11-9) 式} = n(\nu - \mu)^{-1}\Big\{(\nu - \mu)\nu + \frac{2(\nu - \mu)}{\mathcal{D}}(\phi^1)^2\Big\} = n\Big[\nu + \frac{2(\phi^1)^2}{\mathcal{D}}\Big].$$

(ii) $k = 2$ のとき、

$$\begin{aligned} |\Delta_2| =& \delta^{11}\delta^{22} - \delta^{12}\delta^{21} \\ =& n^2\Big\{\nu^2 - \mu^2 + 2\frac{\nu[(\phi^1)^2 + (\phi^2)^2] - 2\mu\phi^1\phi^2}{\mathcal{D}}\Big\} = \text{(11-9) 式} \end{aligned}$$

(iii) $k=3$ のとき、$\mathcal{D}=(b^a+2c^a)(2L+H)$ とすると、

$$
\begin{aligned}
|\Delta_3| =& n^3\begin{vmatrix} \nu & \mu & \mu \\ \mu & \nu & \mu \\ \mu & \mu & \nu \end{vmatrix} + \frac{2n^3\phi^1}{\mathcal{D}}\begin{vmatrix} \phi^1 & \mu & \mu \\ \phi^2 & \nu & \mu \\ \phi^3 & \mu & \nu \end{vmatrix} + \frac{2n^3\phi^2}{\mathcal{D}}\begin{vmatrix} \nu & \phi^1 & \mu \\ \mu & \phi^2 & \mu \\ \mu & \phi^3 & \nu \end{vmatrix} \\
&+ \frac{2n^3\phi^3}{\mathcal{D}}\begin{vmatrix} \nu & \mu & \phi^1 \\ \mu & \nu & \phi^2 \\ \mu & \mu & \phi^3 \end{vmatrix} + \frac{4n^3\phi^2\phi^3}{\mathcal{D}^2}\begin{vmatrix} \nu & \phi^1 & \phi^1 \\ \mu & \phi^2 & \phi^2 \\ \mu & \phi^3 & \phi^3 \end{vmatrix} + \frac{4n^3\phi^1\phi^3}{\mathcal{D}^2}\begin{vmatrix} \phi^1 & \mu & \phi^1 \\ \phi^2 & \nu & \phi^2 \\ \phi^3 & \mu & \phi^3 \end{vmatrix} \\
&+ \frac{4n^3\phi^1\phi^2}{\mathcal{D}^2}\begin{vmatrix} \phi^1 & \phi^1 & \mu \\ \phi^2 & \phi^2 & \mu \\ \phi^3 & \phi^3 & \nu \end{vmatrix} + \frac{8n^3\phi^1\phi^2\phi^3}{\mathcal{D}^3}\begin{vmatrix} \phi^1 & \phi^1 & \phi^1 \\ \phi^2 & \phi^2 & \phi^2 \\ \phi^3 & \phi^3 & \phi^3 \end{vmatrix} \\
=& n^3\begin{vmatrix} \nu & \mu-\nu & \mu-\nu \\ \mu & \nu-\mu & 0 \\ \mu & 0 & \nu-\mu \end{vmatrix} + \frac{2n^3\phi^1}{\mathcal{D}}\begin{vmatrix} \phi^1 & 0 & \mu \\ \phi^2 & \nu-\mu & \mu \\ \phi^3 & \mu-\nu & \nu \end{vmatrix} + \frac{2n^3\phi^2}{\mathcal{D}}\begin{vmatrix} \nu-\mu & \phi^1 & \mu \\ 0 & \phi^2 & \mu \\ \mu-\nu & \phi^3 & \nu \end{vmatrix} \\
&+ \frac{2n^3\phi^3}{\mathcal{D}}\begin{vmatrix} \nu-\mu & \mu & \phi^1 \\ \mu-\nu & \nu & \phi^2 \\ 0 & \mu & \phi^3 \end{vmatrix} \\
=& n^3(\nu-\mu)\Bigg\{(\nu-\mu)(\nu+2\mu) + \frac{2\phi^1}{\mathcal{D}}[(\mu+\nu)\phi^1 - \mu(\phi^2+\phi^3)] \\
&+ \frac{2\phi^2}{\mathcal{D}}[(\mu+\nu)\phi^2 - \mu(\phi^1+\phi^3)] + \frac{2\phi^3}{\mathcal{D}}[(\mu+\nu)\phi^3 - \mu(\phi^1+\phi^2)]\Bigg\} \\
=& n^3(\nu-\mu)\Bigg\{(\nu-\mu)(\nu+2\mu) + \frac{2}{\mathcal{D}}\{(\nu+\mu)[(\phi^1)^2+(\phi^2)^2+(\phi^3)^2] \\
&- 2\mu(\phi^1\phi^2+\phi^2\phi^3+\phi^1\phi^3)\}\Bigg\} \\
=& n^3(\nu-\mu)\Bigg\{(\nu-\mu)(\nu+2\mu) + \frac{2}{\mathcal{D}}\{(\nu-\mu)[(\phi^1)^2+(\phi^2)^2+(\phi^3)^2] \\
&+ \mu[(\phi^1-\phi^2)^2+(\phi^2-\phi^3)^2+(\phi^1-\phi^3)^2]\}\Bigg\} \\
=& \text{(11-9) 式}
\end{aligned}
$$